

нымъ наблюденіямъ. Сюда относятся труды де Витта ¹⁾ (1625—1672), де-Муавра ²⁾ (1667—1754), съ его попыткой опредѣлить математической формулой законъ смертности въ зависимости отъ возраста, Керсебума ³⁾ (1691—1771), вычислившаго нѣсколько таблицъ смертности участниковъ тонтинъ ⁴⁾ въ Голландіи и опубликовавшаго рядъ трудовъ по статистикѣ населенія, классическіе труды Деларсье ⁵⁾ (1703—1768), содержащіе нѣсколько таблицъ смертности участниковъ тонтинъ и монаховъ-бенедиктинцевъ, и рядъ другихъ авторовъ.

IV.

Методъ Лапласа.

Съ теченіемъ времени, по мѣрѣ накопленія матеріаловъ объ умершихъ и родившихся за рядъ лѣтъ, естественъ былъ переходъ къ мысли использовать для построенія таблицы смертности населенія цифръ умершихъ въ комбинаціи не съ гипотетическими, а дѣйствительными цифрами родившихся. На возможность построенія этимъ путемъ таблицы смертности было впервые указано знаменитымъ Лапласомъ ⁶⁾ (1749—1827). Для построенія таблицы смертности, говоритъ Лапласъ, «надо извлечь изъ регистровъ родившихся и умершихъ показанія о большемъ числѣ родившихся и прослѣдить этихъ родившихся въ теченіе всей ихъ дальнѣйшей жизни, отмѣчая числа остающихся въ живыхъ къ концу каждаго слѣдующаго года». Теоретически этотъ способъ является безукоризненнымъ, но на практикѣ къ осуществленію его встрѣчаются значительныя препятствія. Примѣняя этотъ способъ, мы подвергаемъ изученію историческій порядокъ вымиранія опредѣленной группы родившихся, т. е. какого либо поколѣнія, родившагося въ опредѣленную единицу времени, напр., въ теченіе одного календарнаго года. Для полученія полной таблицы, доведенной до предѣла человеческой жизни, необходимо поэтому располагать соответственнымъ матеріаломъ объ умершихъ за періодъ времени не менѣе 100 лѣтъ. Далѣе, очевидно, представляется необходи-

¹⁾ Jan de Witt. Waardije van Lijfrenten, naer proportie van Losrenten. 1671.

²⁾ A. de-Moivre. A treatise of annuities on lives. London. 1724.

³⁾ V. Kersseboom. Derde verhandling over de probable meenigte des volks in de Provincie van Hollandt en Westvrieslandt. 1742. Его же. Observatien, waar in voornamentlyk getoond word wat is Gelyktydigheid. 1740, и др.

⁴⁾ Тонтинъ представляютъ особую форму государственныхъ займовъ, при которой извѣстное количество лицъ вносятъ опредѣленные денежные суммы, на которыя нарастаютъ проценты, изъ которыхъ участникамъ выдаются пожизненные ренты, пропорціональныя внесенной суммѣ и постепенно увеличивающіяся по мѣрѣ вымиранія участниковъ. Названіе «тонтинъ» происходитъ отъ врача Тонти, который (въ 17 вѣкѣ) первый подаль мысль производить такіе займы французскому правительству.

⁵⁾ Déparcieux. Essai sur probabilités de la durée de la vie humaine. 1746.

⁶⁾ P. S. Laplace. Essai philosophique sur les probabilités. Paris, 1816.

мымъ, чтобы измѣненія въ численности прослѣживаемаго поколѣнія происходили только подъ вліяніемъ смертности и не зависѣли отъ эмиграціи и иммиграціи. Совершенно ясно, что послѣднее указанное условіе является на практикѣ, въ примѣненіи къ населенію какой либо мѣстности, совершенно неосуществимымъ. Теоретически представлялось бы возможнымъ устранить неправильности, вносимыя въ этотъ методъ переселеніями, прослѣживая порядокъ вымиранія не всего поколѣнія, но только тѣхъ изъ даннаго поколѣнія, которые умираютъ въ той-же странѣ или городѣ, гдѣ они родились, т. е. регистрируя отдѣльно и не вводя въ учетъ умирающихъ иммигрантовъ и вычитывая числа эмигрантовъ изъ чиселъ родившихся соотвѣтственнаго поколѣнія. Построенная такимъ образомъ таблица представляла бы, однако, не порядокъ вымиранія опредѣленнаго поколѣнія, а лишь нѣкоторой его части, умирающей въ мѣстѣ своего рожденія, и была бы лишена демографическаго значенія, приближаясь къ таблицамъ смертности по индивидуальнымъ наблюденіямъ.

Что касается необходимыхъ для построенія таблицы смертности по методу Лапласа матеріаловъ объ умершихъ, то здѣсь недостаточно располагать цифрами умершихъ, распределенныхъ по календарнымъ годамъ и по возрастнымъ группамъ. Если мы, желая прослѣдить, напр., порядокъ вымиранія поколѣнія, родившагося въ 1900 году, для этой цѣли будемъ послѣдовательно вычитать изъ числа родившихся въ этомъ году умершихъ въ возрастѣ 0—1 года въ этомъ же 1900 году, затѣмъ умершихъ 1—2 лѣтъ въ 1901 году, умершихъ 2—3 лѣтъ въ 1902 году и т. д., то этимъ путемъ мы не получимъ точныхъ чиселъ доживающихъ до 1, 2, 3 и т. д. лѣтъ изъ поколѣнія родившихся въ 1900 году. Дѣйствительно, лица, родившіяся въ 1900 году, умираютъ въ возрастѣ 0—1 года не только въ 1900 году, но и въ 1901 г. (напр. всѣ родившіеся съ 1 іюля по 31 декабря 1900 года и умершіе въ возрастѣ 6—12 мѣсяцевъ); съ другой стороны, не всѣ умершіе въ возрастѣ 0—1 года въ 1900 году принадлежатъ къ поколѣнію, родившемуся въ этомъ же году, но часть ихъ принадлежитъ къ родившимся въ 1899 году (напр. всѣ умершіе въ возрастѣ 6—12 мѣсяцевъ за время съ 1 января по 1 іюля 1900 года). Точно также умершіе въ возрастѣ 1—2 лѣтъ въ 1901 году принадлежатъ частью къ поколѣнію родившихся въ 1900 году, частью къ поколѣнію родившихся въ 1899 году, родившіеся въ 1900 году умираютъ въ возрастѣ 1—2 лѣтъ въ 1901 и 1902 г.г., въ возрастѣ 2—3 лѣтъ—въ 1902 и 1903 г.г. и т. д. Указанныя простыя соображенія о принадлежности умершихъ даннаго календарнаго года въ возрастныхъ предѣлахъ отъ x до $x+1$ лѣтъ къ поколѣніямъ родившихся двухъ календарныхъ годовъ, и что родившіеся въ какомъ-нибудь календарномъ году умираютъ въ возрастѣ отъ x до $x+1$ года въ продолженіе двухъ календарныхъ лѣтъ,—долгое

время не принимались во вниманіе прежними статистиками; нерѣдко при измѣреніи смертности допускалась и другая аналогичная, но еще болѣе существенная ошибка, при которой разность между родившимися въ какомъ нибудь календарномъ году и умершими изъ этого поколѣнія въ томъ-же году въ возрастѣ 0—1 года принималась за число дожившихъ до 1 года, тогда какъ на самомъ дѣлѣ, въ связи съ тѣмъ, что родившіеся въ теченіе одного календарнаго года умираютъ въ возрастѣ 0—1 года какъ въ календарномъ году рожденія, такъ и въ послѣдующемъ году, указанная разность выражаетъ число доживающихъ не до 1 года жизни, а до опредѣленнаго времени, т. е. въ данномъ случаѣ до 31 декабря даннаго календарнаго года. Эту ошибку, кстати сказать, допустилъ нашъ извѣстный математикъ В. Я. Буняковскій при построеніи одной изъ своихъ таблицъ смертности. Подробно объ этомъ будетъ сказано ниже при разсмотрѣніи таблицъ В. Я. Буняковского.

Для теоретически правильнаго построенія таблицы смертности по методу Лапласа необходимо такимъ образомъ располагать цифрами умершихъ, распределенныхъ не только по возрасту, но и по году рожденія. Въ такомъ случаѣ, вычитая, напр., изъ числа родившихся въ 1900 году послѣдовательно числа тѣхъ умершихъ 0—1 года въ 1900 и 1901 г.г., которые родились въ 1900 году, числа тѣхъ умершихъ 1—2 лѣтъ въ 1901 и 1902 г.г., которые родились въ 1900 году, числа тѣхъ умершихъ 2—3 лѣтъ въ 1902 и 1903 г.г., которые родились въ 1900 году и т. д., мы получимъ рядъ послѣдовательныхъ разностей, которыя будутъ соответствовать дѣйствительному порядку вымирания поколѣнія родившихся въ 1900 году.

Практической осуществимости построенія таблицъ по методу Лапласа препятствуютъ главнымъ образомъ тѣ почти неустранимыя неправильности, которыя вносятся переселеніями, причемъ для странъ съ значительной эмиграціей смертность при этомъ методѣ оказывается пониженной противъ дѣйствительности, для странъ же съ значительной иммиграціей чрезмѣрно повышенной. Трудности и неудобства метода заключаются и въ необходимости располагать для вычисленія порядка вымирания данными объ умершихъ, распределенныхъ по возрастамъ, за 100 и болѣе лѣтъ. Что касается неправильностей, зависящихъ отъ отсутствія данныхъ объ умершихъ, распределенныхъ по году рожденія, то ошибка тамъ, гдѣ цифры родившихся въ теченіе двухъ послѣдующихъ лѣтъ не очень измѣняются, не представляется слишкомъ значительной. Такъ какъ цифры родившихся среди растущаго населенія изъ года въ годъ увеличиваются, то при сопоставленіи, напр., чиселъ умершихъ въ возрастѣ 0—1 года въ какомъ либо календарномъ году съ числами родившихся того-же календарнаго года, смертность оказывается нѣсколько ниже дѣйствительной. Если брать цифры за нѣсколько календарныхъ лѣтъ, т. е. соединять нѣсколько поко-

лѣній родившихся, то неточности до известной степени сглаживаются. Необходимо, однако, имѣть въ виду, что систематическая ошибка въ связи съ возрастаніемъ чиселъ родившихся остается одинаковой, вычисляютъ-ли данныя для одного или нѣсколькихъ поколѣній родившихся. Предположимъ, что число родившихся ежегодно увеличивается на 1%, и что число это, напр., въ 1900 году составляло 10.000; за 10-лѣтіе 1900—1909 г.г. число родившихся составить:

$$10.000 \left(\frac{1,01^{10} - 1}{0,01} \right)$$

и за 10-лѣтіе 1901—1910 г.г.:

$$10.000 \left(\frac{1,01^{11} - 1,01}{0,01} \right)$$

Второе число такимъ образомъ больше перваго ровно на 1%, т. е. систематическая ошибка остается одинаковой, берутся ли данныя за одинъ или нѣсколько лѣтъ.

Методъ Л а п л а с а широко примѣняется для измѣренія смертности въ теченіе первыхъ 5 лѣтъ жизни, гдѣ переселенія не играютъ сколько нибудь значительной роли; при отсутствіи данныхъ объ умершихъ, распределенныхъ по году рожденія, здѣсь рекомендуется вносить поправку, сопоставляя, напр., умершихъ въ возрастѣ 0—1 года въ какомъ либо календарномъ году съ рожденіями не того-же календарнаго года, а со среднимъ арифметическимъ изъ рожденій этого календарнаго года и предыдущаго или же съ цифрою родившихся съ 1 іюля предыдущаго года по 1 іюля даннаго календарнаго года. Въ основѣ этихъ поправокъ лежитъ предположеніе о равномерномъ распредѣленіи рожденій въ теченіе года.

Для построенія полной таблицы смертности методъ Л а п л а с а, называемый также прямымъ способомъ построенія таблицъ смертности, гдѣ изъ сырого матеріала опредѣляются величины l_x , примѣнялся очень мало.

Попытка построенія таблицы смертности по этому способу была сдѣлана Германомъ для Баваріи.¹⁾ Германъ располагалъ данными о родившихся съ 1817 года и данными объ умершихъ, распределенныхъ по возрасту съ 1834 года по 1867 г. Не имѣя данныхъ объ умершихъ, распределенныхъ по году рожденія, Германъ опредѣлялъ порядокъ вымиранія поколѣнія родившихся, напр., въ 1834 году

¹⁾ F. B. W. H e r m a n n. Mortalität und Vitalität im Königreiche Bayern—Beiträge zur Statistik des Königreichs Bayern. Bd. XVII.

путемъ вычитанія изъ числа родившихся въ этомъ году числа умершихъ въ возрастѣ 0—1 года въ теченіе того же 1834 года; изъ полученнаго остатка онъ вычиталъ число умершихъ въ возрастѣ 1—2 лѣтъ въ теченіе слѣдующаго 1835 года, изъ второго остатка—число умершихъ въ возрастѣ 2—3 лѣтъ въ 1836 году и т. д. Германомъ составлено нѣсколько таблицъ, причемъ одна доведена до 34-лѣтняго возраста, а другая до 42 лѣтъ; для послѣдней таблицы Германъ, не имѣя данныхъ о возрастномъ распредѣленіи умершихъ до 1834 года, распредѣлялъ умершихъ до этого года пропорціонально возрастному составу умершихъ въ послѣдующіе календарные годы. Помимо неточностей, зависящихъ отъ сопоставленія умершихъ въ данномъ возрастѣ и данномъ календарномъ году съ родившимися того-же календарнаго года, таблицы Германа неточны и въ связи съ значительной эмиграціей, наблюдавшейся въ Баваріи въ то время, за которое составлялась таблица; за 1835—1860 г. г. перевѣсъ числа эмигрантовъ надъ иммигрантами составилъ въ Баваріи около 220.000. Хотя Германъ и старался приблизительно учесть эмигрантовъ, а также ввести нѣкоторыя поправки путемъ использованія данныхъ о призывныхъ, его таблицы лишь весьма приблизительно выражаютъ дѣйствительный порядокъ вымиранія населенія Баваріи за взятые годы.

Построенная по методу Лапласа полная таблица смертности представляетъ порядокъ вымиранія реального, дѣйствительно наблюдаемаго, а не гипотетическаго поколѣнія, какъ это получается, напр., при построеніи таблицъ смертности изъ совокупностей живущихъ и умершихъ, гдѣ таблица представляетъ тотъ порядокъ, въ которомъ вымирала бы нѣкоторая не существовавшая масса родившихся, если бы вѣроятности смерти въ отдѣльныхъ возрастахъ этой массы были равны вѣроятностямъ, наблюдавшимся въ періодъ времени, за который взяты данные объ умершихъ. Построеніе таблицы смертности дѣйствительныхъ поколѣній, если бы это по свойству матеріаловъ представилось возможнымъ, имѣло бы большое научное значеніе напр. для уясненія очень мало изученнаго вопроса о взаимномъ вліяніи и связи смертности въ отдѣльныхъ возрастахъ ¹⁾).

Съ другой стороны, такія таблицы не давали бы современную картину смертности населенія, а екорѣ историческій ходъ развитія смертности въ прошломъ; между тѣмъ для практическихъ административныхъ, демографическихъ и санитарныхъ цѣлей главное значеніе, очевидно, имѣетъ познаніе современныхъ закономерностей въ смертности, опредѣляемыхъ

¹⁾ Интересная попытка изученія этого вопроса сдѣлана недавно въ работѣ: J. Brownlee. Studies in the meaning and relationships of birth and death rates. III. The constitution of a death rate.—Journal of Hygiene, июль 1915.

современными санитарными, экономическими и социальными условиями. Съ этой точки зрѣнія, таблицы смертности хотя бы и фиктивного поколѣнія представляютъ большее значеніе и интересъ, чѣмъ порядокъ вымиранія дѣйствительныхъ поколѣній.

V.

Методъ В. Я. Буняковского.

На сопоставленіяхъ цифръ родившихся и умершихъ, кромѣ Лапласоваго метода опредѣленія порядка вымиранія дѣйствительно наблюдаемыхъ поколѣній, основанъ и другой методъ построенія таблицъ смертности, опредѣляющій порядокъ вымиранія совокупностей одновременно умершихъ. Способъ этотъ примыкаетъ къ соединенному съ поправками чиселъ родившихся методу смертныхъ списковъ, съ той существенной разницею, что числа умершихъ въ отдѣльныхъ возрастахъ сопоставляются не съ гипотетическими, а дѣйствительными числами родившихся. Способъ этотъ состоитъ въ томъ, что числа распределенныхъ по возрасту умершихъ въ теченіе одного или нѣсколькихъ календарныхъ лѣтъ, сопоставляются съ числами родившихся тѣхъ календарныхъ лѣтъ въ теченіе которыхъ родилась данная возрастная группа умершихъ. Такъ, цифры умершихъ за взятый періодъ времени въ возрастѣ 20 лѣтъ сопоставляются съ цифрами родившихся 20 лѣтъ назадъ, цифры умершихъ въ возрастѣ 90 лѣтъ сопоставляются съ цифрами родившихся 90 лѣтъ назадъ и т. д. Полученныя при дѣленіи чиселъ умершихъ на соответственные числа родившихся величины показываютъ числа умирающихъ въ данномъ возрастѣ изъ единицы родившихся (величины d_x таблицы смертности) или, что то же самое, вѣроятности для родившихся умереть въ данномъ возрастѣ. Для полной точности и здѣсь представлялось бы необходимымъ располагать данными объ умершихъ, распределенныхъ не только по возрасту, но и по году рожденія, чтобы цифры умершихъ каждаго возраста приводились въ соотношеніе съ тѣми цифрами родившихся, къ поколѣнію которыхъ дѣйствительно принадлежать эти умершіе. При отсутствіи данныхъ о годѣ рожденія умершихъ, обыкновенно путемъ тѣхъ или иныхъ вычисленій подвергаютъ нѣкоторымъ измѣненіямъ или совокупности умершихъ или, чаще, соответствующія совокупности родившихся, пользуясь, напр. среднимъ арифметическимъ изъ чиселъ родившихся въ соответствующемъ году и предыдущемъ.

Такъ какъ при способѣ этомъ каждая годичная возрастная группа умершихъ относится къ различнымъ поколѣніямъ родившихся, причемъ для полной таблицы смертности берется не менѣе 100 поколѣній, т. е. родившіеся въ теченіе 100 лѣтъ до календарнаго года, за который берутъ данныя объ умершихъ, то построенныя по этому способу таблицы