

На практикѣ, въ зависимости отъ качества и характера имѣющагося сырого матеріала, ближайшіе детали и приемы вычисленій, въ отношеніи напр. примѣненія различныхъ способовъ интерполированія и выравниванія, учета эмиграціи и иммиграціи, образованія различныхъ совокупностей живущихъ и умершихъ и т. д., представляютъ крайнее разнообразіе, и можно, не преувеличивая, сказать, что приѣмовъ вычисленія таблицъ смертности имѣется столько же, сколько имѣется вообще таблицъ смертности; если же, однако, имѣть въ виду общіе принципы, лежащія въ основѣ построенія таблицъ, то главные методы, примѣнявшіеся и примѣняемые при построеніи таблицъ смертности, можно раздѣлить на 3 слѣдующія группы:

- 1) Построеніе таблицъ изъ совокупностей умершихъ, распределенныхъ по возрасту;
- 2) Построеніе таблицъ изъ совокупностей умершихъ, распределенныхъ по возрасту, и совокупностей родившихся;
- 3) Построеніе таблицъ изъ совокупностей умершихъ, распределенныхъ по возрасту и совокупностей живущихъ, распределенныхъ по возрасту.

Приведенная группировка указываетъ вмѣстѣ съ тѣмъ тотъ историческій порядокъ, въ которомъ эти 3 главные метода построенія таблицъ создавались, совершенствовались и затѣмъ оставались, за исключеніемъ послѣдняго, такъ называемаго демографическаго метода, который въ настоящее время, въ различныхъ въ отношеніи деталей модификаціяхъ, только и примѣняется на практикѣ.

Таблицы смертности обычно раздѣляютъ еще на таблицы смертности, относящіяся ко всему населенію (страны, области, города), и на таблицы смертности по индивидуальнымъ наблюденіямъ, собраннымъ въ средѣ такого общества, или группы, всякая перемѣна въ составѣ котораго можетъ быть своевременно отмѣчена, куда относятся таблицы смертности застрахованныхъ въ страховыхъ обществахъ и т. п. Въ дальнѣйшемъ краткомъ изложеніи историческаго развитія теоріи и техники построенія таблицъ имѣются въ виду преимущественно таблицы смертности всего населенія.

III.

Построеніе таблицъ смертности по методу смертныхъ списковъ.

Первоначальнымъ источникомъ свѣдѣній объ умершихъ и родившихся являются церковныя записи или метрики, которыя въ Западной Европѣ въ отдѣльныхъ приходахъ стали появляться еще съ конца 6-го вѣка. Въ 16-мъ вѣкѣ церковныя книги получили уже почти повсемѣстное рас-

пространеніе, въ связи съ декретомъ Тридентскаго собора 1563 года, опредѣлившимъ для католическаго духовенства обязательность веденія метрическихъ записей. Въ теченіе 17 и 18 вѣка надъ церковными записями постепенно устанавливался извѣстный контроль свѣтскихъ правительственныхъ властей, а въ 19 вѣкѣ въ большинствѣ западно-европейскихъ государствъ была введена гражданская регистрація актовъ состоянія, — раньше всего во Франціи (1791 г.) и позже всего въ Венгріи (1897 г.). Система церковныхъ записей актовъ состоянія, кромѣ Россіи, въ настоящее время существуетъ только въ Австріи и Сербіи. Въ Швеціи, Норвегіи и Даніи записи, хотя и ведутся духовенствомъ, но въ особыхъ книгахъ и совершенно отдѣльно отъ записей церковныхъ обрядовъ, причемъ книги эти признаются гражданскими регистрами.

Другой необходимый элементъ для научнаго изслѣдованія смертности и естественнаго движенія населенія вообще, — численность и возрастно-половой составъ населенія, — сталъ доступенъ изслѣдователямъ значительно позже, лишь съ 30-хъ годовъ 19 вѣка, когда въ большинствѣ государствъ стали появляться правильныя періодическія переписи населенія ¹⁾. Переписи производились во многихъ государствахъ и ранѣе, но переписи эти были мало пригодны для научныхъ изслѣдованій смертности, такъ какъ не давали свѣдѣній о возрастномъ составѣ населенія и вообще не соотвѣтствовали предъявляемымъ къ переписямъ научнымъ требованіямъ, имѣя въ виду преимущественно опредѣленіе численности податного и военно-обязаннаго населенія, и или вовсе не учитывая другія категоріи населенія, или учитывая ихъ крайне неточнымъ образомъ.

Первые изслѣдователи смертности такимъ образомъ могли располагать только, верѣяко весьма несовершенными, метрическими данными объ умершихъ и родившихся.

Родиной статистическаго изученія смертности является Англія въ лицѣ той школы статистиковъ, которые въ исторіи этой науки получили названіе «политическихъ ариметиковъ» ²⁾.

Первая попытка составить нѣкоторое подобіе таблицы смертности принадлежитъ Дж. Граунту ³⁾ (1620—1674), этому основателю научной демографіи, умѣвшему, несмотря на несовершенства имѣвшихся

¹⁾ Исключеніе составляетъ Швеція, гдѣ съ середины 18 вѣка стали производиться весьма тщательныя періодическія исчисленія населенія по текущимъ спискамъ населенія, которые въ весьма подробной формѣ обязательно ведутся въ каждомъ приходѣ.

²⁾ Это не особенно удачное наименованіе происходитъ отъ названія главнаго труда одного изъ представителей этого направленія въ статистику В. Петти (1623—1687): W. Petty. *Several essays in Political Arithmetic*. 4 изд. London, 1755.

³⁾ J. Graunt. *Natural and political observations upon the bills of mortality, chiefly with reference to the government, religion, trade, growth, air, diseases etc. of the city of London*. London, 1662.

Сочиненіе это впоследствии многократно переиздавалось.

въ его распоряженіи матеріаловъ, обнаружить рядъ закономерностей въ элементахъ естественнаго движенія населенія, закономерностей, вполнѣ подтвердившихся впослѣдствіи на болѣе точныхъ матеріалахъ, какъ, напр., постоянство опредѣленнаго цифрового соотношенія половъ среди родившихся. Для изслѣдованія смертности Граунтъ располагалъ цифрами умершихъ въ Лондонѣ за 1629—1636 г.г. и за 1647—1658 г.г. (всего 229 250 умершихъ), безъ раздѣленія ихъ по возрасту, но съ указаніями причинъ смерти, опредѣленныхъ осмотрщиками труновъ; относительно 15.757 умершихъ имѣлось указаніе, что они умерли «старыми» (aged). Для распредѣленія умершихъ по возрасту Граунтъ воспользовался имѣвшимися данными о причинахъ смерти, причемъ, напр., умершихъ отъ судорогъ, рахита, молочницы и т. п. отнесъ къ возрасту до 5 лѣтъ, половину умершихъ отъ оспы, кори, скарлатины, коклюша—къ возрасту до 6 лѣтъ и т. п. Образовавъ этимъ путемъ весьма, конечно, произвольно возрастное распредѣленіе умершихъ, Граунтъ путемъ послѣдовательныхъ вычитаній изъ общей суммы умершихъ чиселъ умершихъ въ послѣдовательныхъ возрастныхъ группахъ и составилъ свою таблицу смертности (величины l_x). Такимъ образомъ Граунта можно считать основателемъ метода построенія таблицъ смертности изъ совокупностей умершихъ, такъ называемаго метода смертныхъ списковъ (*méthode des listes mortuaires*). Обыкновенно основателемъ этого метода считаютъ знаменитаго англійскаго астронома Галлея (1656—1742), хотя Галлей примѣнилъ этотъ методъ позже Граунта и не въ чистомъ видѣ, но со значительными поправками.

Методъ построенія таблицъ смертности изъ совокупностей однихъ умершихъ съ теоретической точки зрѣнія примѣнимъ только при допущеніи извѣстныхъ условій, которыя въ дѣйствительности никогда и нигдѣ не встрѣчаются, въ виду чего построеніе таблицъ по этому методу должно быть признано ошибочнымъ. Методъ состоитъ въ томъ, что, имѣя числа умершихъ, распредѣленныхъ по возрастнымъ группамъ, изъ общаго итога умершихъ вычитаютъ послѣдовательно числа умершихъ въ возрастѣ 0—1, 1—2, 2—3 и т. д. лѣтъ до предѣльнаго возраста умершихъ; найденныя разности перечисляютъ, приравнивая сумму всѣхъ умершихъ къ какой либо круглой цифрѣ (1.000, 10.000) и располагаютъ ихъ по порядку противъ возрастныхъ указаній 1, 2, 3 и т. д. лѣтъ. Составленный этимъ путемъ рядъ и долженъ представлять числа доживающихъ (l_x) таблицы смертности. Такимъ образомъ для опредѣленія смертности отдѣльныхъ возрастныхъ классовъ возрастныя группы умершихъ относятся къ одной и той же цифрѣ умершихъ. Между тѣмъ числа умершихъ какого либо возраста стоятъ въ тѣсной связи съ числами живущихъ того же возраста, численность же послѣднихъ зависитъ отъ чиселъ рожденій за длинный рядъ предыдущихъ лѣтъ. интенсивности вымиранія предыду-

щихъ поколѣній родившихся и миграціоннаго движенія въ данной странѣ или городѣ. Въ связи съ этимъ, для возможности построенія изъ совокупностей умершихъ таблицы смертности необходимо, чтобы для даннаго населенія въ теченіе 100 лѣтъ (возрастъ, полагаемый предѣльнымъ) ежегодныя числа родившихся равнялись бы цифрамъ умершихъ, чтобы интенсивность смертности въ отдѣльныхъ возрастныхъ группахъ въ теченіе этого времени оставалась неизмѣнной, т. е. дѣйствовалъ неизмѣнный порядокъ вымиранія, и чтобы на численность даннаго населенія не вліяла ни эмиграція, ни иммиграція. При соблюденіи этихъ условій населеніе будетъ стаціонарнымъ или неподвижнымъ, и таблица смертности такого населенія будетъ одновременно представлять и возрастной его составъ. Имѣя для такого населенія числа умершихъ, распредѣленныхъ по возрасту:

$$d_x, d_{x+1}, d_{x+2} d_{\omega}$$

и полагая ω предѣльнымъ возрастомъ, т. е. что $l_{\omega+1} = 0$, число l_x живущихъ въ возрастѣ x должно равняться суммѣ умирающихъ въ послѣдующіе возрасты, т. е.

$$l_x = d_x + d_{x+1} + d_{x+2} + d_{\omega}$$

и вѣроятность умереть при переходѣ отъ возраста x къ возрасту $x+1$ выразится

$$\frac{d_x}{d_x + d_{x+1} + d_{x+2} + d_{\omega}}$$

При построеніи таблицы смертности по методу смертныхъ списковъ для возрастающаго, благодаря естественному приросту и иммиграціи, населенія получается несоотвѣствующій дѣйствительности неблагоприятный порядокъ вымиранія, наоборотъ для убывающаго населенія смертность оказывается пониженной сравнительно съ дѣйствительностью.

Несмотря на ошибочность примѣненія метода смертныхъ списковъ къ построенію таблицъ смертности подвижнаго населенія, методъ этотъ получилъ весьма широкое распространеніе, и отъ отзвуконъ этого метода статистика населенія не вполне отрѣшилась и до сего времени. Большинство статистиковъ-демографовъ, конечно, прекрасно понимало, что методъ примѣнимъ только къ стаціонарному населенію, но вынуждено было имъ пользоваться, за отсутствіемъ необходимыхъ для построенія таблицъ иными методами матеріаловъ. Если нѣкоторые авторы въ 17 и 18 вѣкѣ и не отдавали себѣ яснаго въ этомъ отношеніи отчета (напр. Зюсмильхъ), то это, при крайней скудости прежнихъ данныхъ о ростѣ, численности и

рождаемости населенія, до извѣстной степени понятно и извинительно. Совершенно неизвинительнымъ нужно признать, что еще въ настоящее время появляются работы, авторы коихъ допускаютъ выводы о повозрастной смертности изъ возрастнаго состава умершихъ. Къ сожалѣнію, нужно сказать, что особенно въ этомъ отношеніи грѣшатъ нѣкоторые врачи, силой обстоятельствъ вынужденные заниматься демографическими изслѣдованіями и считающіе возможнымъ приступить къ этимъ изслѣдованіямъ безъ достаточной, а нерѣдко и безъ всякой, теоретической и практической подготовки. Изъ многочисленныхъ примѣровъ въ этомъ отношеніи приведемъ одинъ изъ наиболѣе типичныхъ,—работу врача К. О. Левицкаго, содержащую санитарно-эпидемиологическое обслѣдованіе с. Селидовки, Бахмутскаго уѣзда ¹⁾. Въ работѣ этой авторъ указываетъ, что % умершихъ за 15 лѣтъ въ означенномъ селѣ въ возрастѣ до 1 года къ общему итогу умершихъ = 23, и % умершихъ 1—4 лѣтъ = 34, и затѣмъ говоритъ: «обращаетъ на себя вниманіе огромная дѣтская смертность: изъ 100 дѣтей доживаетъ до 5-лѣтняго возраста только 43%». При этомъ изъ приводимыхъ таблицъ видно, что естественный приростъ населенія указаннаго села крайне высокъ, составляя въ среднемъ въ годъ 25 на тысячу населенія. *Sapienti sat!*

Матеріаломъ для знаменитой таблицы Галлея послужили выбранныя нѣмецкимъ пасторомъ Нейманомъ изъ церковныхъ книгъ гор. Бреслава цифры родившихся и умершихъ, распределенныхъ по возрастамъ, за 5-лѣтіе 1687—1691 г.г. Черезъ посредство Лейбница данныя эти поступили въ распоряженіе Лондонскаго Королевскаго Общества научныхъ знаній, которое и передало ихъ для обработки Галлею. Таблица Галлея была опубликована въ журналѣ Королевскаго Общества *Philosophical Transactions* ²⁾. Общее число родившихся въ Бреславлѣ за указанное пятилѣтіе составляло 6193 и число умершихъ 5869 или въ среднемъ 1238 и 1174 ежегодно. Естественный приростъ составлялъ такимъ образомъ въ среднемъ въ годъ 64. По мнѣнію Галлея, этотъ незначительный приростъ уравнивался случаями смерти уроженцевъ Бреслава, исполнявшими воинскую повинность въ города. Что Галлей склоненъ былъ считать населеніе Бреслава неподвижнымъ, видно также изъ его словъ: «расположеніе Бреслава среди континента, отсутствіе сколько нибудь значительной промышленности и обусловливаемая этимъ обстоятельствомъ немногочисленность эмигрантовъ и иммигрантовъ дѣлаютъ

¹⁾ Врачебно-санитарная хроника Екатеринославской губерніи, № 11—12, 1914 г.

²⁾ E. Halley. An estimate of the degrees of the mortality of mankind, drawn from curious tables of the births and funerals at the city of Breslaw; with an attempt to ascertain the price of annuities upon lives и дополненіе: Some further considerations on the Breslaw bills of mortality. — *Philosophical Transactions*, XVII, 1693. Обѣ статьи перепечатаны въ *Journal of the Institute of Actuaries*, XVIII.

населеніе Бреславля мало подвижнымъ и потому особенно пригоднымъ для изслѣдованія хода смертности». Объясняя далѣе значеніе своей таблицы, Галлей указываетъ, что таблица «представляетъ населеніе Бреславля, распределенное по возрастамъ, и показываетъ такимъ образомъ мѣру смертности среди лицъ даннаго возраста». Такое отождествленіе таблицы смертности и таблицы возрастнаго состава населенія, возможное только при условіяхъ неподвижности послѣдняго, что, конечно, Галлей прекрасно понималъ, также свидѣтельствуетъ о его взглядѣ на населеніе Бреславля, какъ на населеніе стаціонарное. Взглядъ этотъ не является правильнымъ, такъ какъ населеніе Бреславля въ то время, хотя и медленно, но возрастало; не наблюдалось, конечно, для Бреславльскаго населенія и другое условіе его неподвижности, — неизмѣнность порядка вымиранія отдѣльныхъ поколѣній.

Въ своей статьѣ Галлей приводитъ очень скудныя указанія на то, какъ онъ получилъ окончательныя числа своей таблицы. За исходное число таблицы (l_0) Галлей, повидимому, принимаетъ не общее число умершихъ, которое онъ вмѣстѣ съ тѣмъ признаетъ равнымъ числу родившихся, но вычисленное число живущихъ въ возрастѣ 0—1 года путемъ вычитанія изъ годового числа родившихся умершихъ въ возрастѣ 0—1 года въ календарномъ году рожденія. Точныхъ данныхъ для этого вычисленія Галлей не имѣлъ, такъ какъ умершіе были раздѣлены только по возрасту, но не по году рожденія, почему вычисленія могли быть лишь приблизительными. Дальнѣйшія числа таблицы, повидимому, получены послѣдовательными вычитаніями изъ этой первоначальной цифры, приравненной къ 1000, соотвѣтственно измѣненныхъ чиселъ умершихъ въ послѣдующихъ возрастахъ.

Населеніе Бреславля не было неподвижнымъ, но во всякомъ случаѣ мало подвижнымъ; благодаря этому и тѣмъ измѣненіямъ, которыя Галлей внесъ въ методъ смертныхъ списковъ въ чистомъ его видѣ, таблица Галлея даетъ въ общихъ чертахъ довольно удовлетворительное представленіе о ходѣ смертности и порядкѣ вымиранія въ зависимости отъ возраста, чего нельзя сказать о большинствѣ другихъ таблицъ, построенныхъ по методу смертныхъ списковъ. Изъ многочисленныхъ таблицъ смертности, построенныхъ по этому методу, съ тѣми или другими видоизмѣненіями, можно указать слѣдующія: таблица Смарта для Лондона, по даннымъ объ умершихъ за 1728—1733 г.г., исправленная и изданная въ 1742 году Симпсономъ ¹⁾, таблица Дюпре-де-Сэнъ-Мора ²⁾ для нѣкоторыхъ приходовъ Парижа, таблица Прайса для г. Норт-

¹⁾ Th. Simpson. The Doctrine of Annuities and Reversions. London. 1742.

²⁾ Таблица помѣщена въ G. Buffon. Histoire naturelle. t. II De l'homme. Paris. 1767.

гамптона ¹⁾ за 1735—1781 г.г., таблица Зюсмилха ²⁾ по даннымъ, извлеченнымъ изъ смертныхъ списковъ отдѣльныхъ приходовъ Бранденбурга, Берлина, Вѣны, Швеціи и др. (одна изъ самыхъ неудовлетворительныхъ таблицъ смертности), таблица Дювилляра ³⁾ по даннымъ о 101.542 умершихъ въ различныхъ провинціяхъ Франціи до 1789 года, таблица Демонфѣррана ⁴⁾ для Франціи за 1817—1831 г.г., первая бельгійская таблица Кетле ⁵⁾ за 1841—1845 и др.

Тѣ поправки, которыя отдѣльные авторы пытались внести въ вычисленные ими по методу смертныхъ списковъ таблицы смертности, сводились главнымъ образомъ къ устраненію вліянія, оказываемаго на цифры умершихъ въ отдѣльныхъ возрастахъ за взятый періодъ времени измѣненіями цифръ родившихся за предыдущее время, причемъ, за отсутствіемъ дѣйствительныхъ цифръ родившихся за достаточно продолжительный періодъ, допускали различныя болѣе или менѣе гипотетическія предположенія. Большую извѣстность въ свое время приобрѣла гипотеза знаменитаго математика Эйлера ⁶⁾ (1707—1783), по которой числа родившихся, а равно числа умершихъ и числа населенія изъ года въ годъ возрастаютъ въ геометрической прогрессіи. Въ основѣ этого предположенія лежитъ допущеніе о неизмѣнности общихъ коэффиціентовъ рождаемости и смертности. Гипотеза эта не подтверждается фактами, и въ дѣйствительности перемѣны въ численности родившихся и населенія не слѣдуютъ какому-либо опредѣленному, могущему быть выраженному математической формулой закону. Къ таблицамъ смертности, построеннымъ по методу смертныхъ списковъ съ поправкой по формулѣ Эйлера, принадлежитъ таблица Телькампа ⁷⁾ для Ганновера, таблица Лиагра ⁸⁾ для Бельгіи (1841—1856 г.г.) и др.

Развитію теоріи и техники измѣренія смертности въ 17 и 18 вѣкѣ значительно способствовали труды авторовъ, работавшихъ надъ вопросами страхованія жизни и исчислявшихъ таблицы смертности по индивидуаль-

¹⁾ R. Price. Observations on reversionary payments. 7-oe изд. London. 1812.

²⁾ J. P. Süßmilch. Die Göttliche Ordnung in den Veränderungen des menschlichen Geschlechts aus der Geburt, dem Tode und der Fortpflanzung erwiesen. Berlin 1741.

³⁾ E. Du villard. Analyse et tableaux de l'influence de la petite vérole sur la mortalité à chaque âge et de celle qu'un préservatif tel que la vaccine peut avoir sur la population et la longévité. Paris, 1806.

⁴⁾ F. Demonferrand. Essai sur les lois de la population et de la mortalité en France. Journ. de l'école Royale polytechnique, XVI, 1834.

⁵⁾ Bulletin de la Commission centrale de Statistique de Belgique. t. II. 1851
⁶⁾ L. Euler. Recherches générales sur la mortalité et la multiplication du genre humain.—Mémoires de l'Académie Royale des sciences et belles-lettres de Berlin. Vol. XVI, 1760.

⁷⁾ Teltkamp f. Die Verhältnisse der Bevölkerung und der Lebensdauer im Königreich Hannover. 1846.

⁸⁾ Liagre. Calcul des probabilités et la théorie des erreurs. Bruxelles, 1852.

нымъ наблюденіямъ. Сюда относятся труды де Витта ¹⁾ (1625—1672), де-Муавра ²⁾ (1667—1754), съ его попыткой опредѣлить математической формулой законъ смертности въ зависимости отъ возраста, Керсебума ³⁾ (1691—1771), вычислившаго нѣсколько таблицъ смертности участниковъ тонтинъ ⁴⁾ въ Голландіи и опубликовавшаго рядъ трудовъ по статистикѣ населенія, классическіе труды Деларсье ⁵⁾ (1703—1768), содержащіе нѣсколько таблицъ смертности участниковъ тонтинъ и монаховъ-бенедиктинцевъ, и рядъ другихъ авторовъ.

IV.

Методъ Лапласа.

Съ теченіемъ времени, по мѣрѣ накопленія матеріаловъ объ умершихъ и родившихся за рядъ лѣтъ, естественъ былъ переходъ къ мысли использовать для построенія таблицы смертности населенія цифръ умершихъ въ комбинаціи не съ гипотетическими, а дѣйствительными цифрами родившихся. На возможность построенія этимъ путемъ таблицы смертности было впервые указано знаменитымъ Лапласомъ ⁶⁾ (1749—1827). Для построенія таблицы смертности, говоритъ Лапласъ, «надо извлечь изъ регистровъ родившихся и умершихъ показанія о большемъ числѣ родившихся и прослѣдить этихъ родившихся въ теченіе всей ихъ дальнѣйшей жизни, отмѣчая числа остающихся въ живыхъ къ концу каждаго слѣдующаго года». Теоретически этотъ способъ является безукоризненнымъ, но на практикѣ къ осуществленію его встрѣчаются значительныя препятствія. Примѣняя этотъ способъ, мы подвергаемъ изученію историческій порядокъ вымиранія опредѣленной группы родившихся, т. е. какого либо поколѣнія, родившагося въ опредѣленную единицу времени, напр., въ теченіе одного календарнаго года. Для полученія полной таблицы, доведенной до предѣла человеческой жизни, необходимо поэтому располагать соответственнымъ матеріаломъ объ умершихъ за періодъ времени не менѣе 100 лѣтъ. Далѣе, очевидно, представляется необходи-

¹⁾ Jan de Witt. Waardije van Lijfrenten, naer proportie van Losrenten. 1671.

²⁾ A. de-Moivre. A treatise of annuities on lives. London. 1724.

³⁾ V. Kersseboom. Derde verhandling over de probable meenigte des volks in de Provincie van Hollandt en Westvrieslandt. 1742. Его же. Observatien, waar in voornamentlyk getoond word wat is Gelyktydigheid. 1740, и др.

⁴⁾ Тонтинъ представляютъ особую форму государственныхъ займовъ, при которой извѣстное количество лицъ вносятъ опредѣленные денежные суммы, на которыя нарастаютъ проценты, изъ которыхъ участникамъ выдаются пожизненные ренты, пропорціональныя внесенной суммѣ и постепенно увеличивающіяся по мѣрѣ вымиранія участниковъ. Названіе «тонтинъ» происходитъ отъ врача Тонти, который (въ 17 вѣкѣ) первый подаль мысль производить такіе займы французскому правительству.

⁵⁾ Déparcieux. Essai sur probabilités de la durée de la vie humaine. 1746.

⁶⁾ P. S. Laplace. Essai philosophique sur les probabilités. Paris, 1816.